



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA JUDEȚEANĂ 7.03.2025
CLASA a VII-a

1. Tétel (7 pont)

Adott az

$$a = \frac{1}{5} + \frac{7}{10} + \frac{8}{15} + \frac{9}{20} + \dots + \frac{25}{100} - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{20} \right) \text{ szám.}$$

a) Bizonyítsátok be, hogy az a szám teljes négyzet.

b) Határozzátok meg az n egész számot, ha tudjuk, hogy $\frac{a}{2n-1} \in \mathbb{Z}$.

2. Tétel (7 pont)

a) Adottak az $x = 169$ és $y = 289$ számok. Mutassátok ki, hogy $\frac{\sqrt{x \cdot y}}{x+y} \leq \frac{1}{2}$.

b) Mutassátok ki, hogy $\frac{\sqrt{x \cdot y} + 2025^{2n+1} + (-2025)^{2n+1}}{x+y} \leq \frac{1}{2}$, bármely

n természetes szám és bármely x és y pozitív valós szám esetén.

3. Tétel (7 pont)

Az $ABCD$ egyenlő szárú trapéz ($AB \parallel CD, AB < CD, AC \cap BD = \{O\}$) átlói merőlegesek egymásra. Legyen M, N, P, Q az AB, BC, CD , illetve DA oldalak felezőpontjai.

a) Mutassátok ki, hogy $MP = \frac{AB+CD}{2}$.

b) Mutassátok ki, hogy $NQ < \frac{AD+BC}{2}$.

4. Tétel (7 pont)

Adott az $ABCD$ téglalap, ahol $AB > BC$. A CD oldalán felvesszük az E pontot úgy, hogy $CE = 2DE = 2AD$. Ha $AC \cap BE = \{F\}$, akkor számítsátok ki az AFE szög mértékét.

Subiectele au fost - propuse de prof. Ioan Balica - Inspectoratul Școlar Județean Cluj

prof. Paula Balica - Școala Gimnazială Ion Agârbiceanu Cluj-Napoca

- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.

Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Succes!